

# Didactiek van de Wiskunde

## Opdracht 1 t/m 4



**OPLEIDING:** NHL Leraar Wiskunde (deeltijd)

**DOCENT:** N. den Braber

**STUDENT:** H.J. Riksen (404810)

**DATUM:** 31 maart 2017

# Didactiek van de Wiskunde

Opdracht 1 t/m 4

**OPLEIDING:** NHL Leraar Wiskunde (deeltijd)

**DOCENT:** N. den Braber

**STUDENT:** H.J. Rixen (404810)

**DATUM:** 31 maart 2017

# Inhoud

1. Hard-op denken .....	4
2. Wiskunde en andere vakken .....	16
3. Inspiratie.....	21
4. Toetsen.....	24
Bijlage 1 - Transcripties opdracht 1 .....	31
Bijlage 2 - Opgaven opdracht 2 .....	36
Bijlage 3 - Toets opdracht 4.....	44
Bijlage 4 - Uitwerking Toets opdracht 4 .....	45

# 1 Hard-op denken

## Onderzoeksopzet

Bij Hard-op denken observeer ik vijf mbo-leerlingen bij het maken van een drietal opdrachten. Hen is gevraagd deze opdrachten hard-op-denkend op te lossen. De bedoeling hiervan is antwoord te vinden op de volgende vragen:

- Welke werkwijzen gebruiken leerlingen bij het oplossen van een probleem, en welke verschillen en overeenkomsten tussen leerlingen zijn zichtbaar?

Er is gekozen voor vijf leerlingen, omdat een onderzoek met slechts twee leerlingen naar mijn mening te summier is om betrouwbare conclusies te kunnen trekken.

## Opdracht 1: Borden

De eerste opdracht die de leerlingen maken, gaat over de hoogte van stapels (gelijke) borden. In tabelvorm is de hoogte van drie stapels gegeven, namelijk met 5, 12 en 16 borden (respectievelijk 7,4; 17,2 en 22,8 cm hoog). Gevraagd wordt om de hoogte van een stapel met 10 borden uit te rekenen en bovendien het aantal borden in een stapel die 35,4 cm hoog is:

In onderstaande tabel staat de hoogte van stapels (dezelfde) borden:

aantal borden	5	10	12	16	...
hoogte (cm)	7,4	...	17,2	22,8	35,4

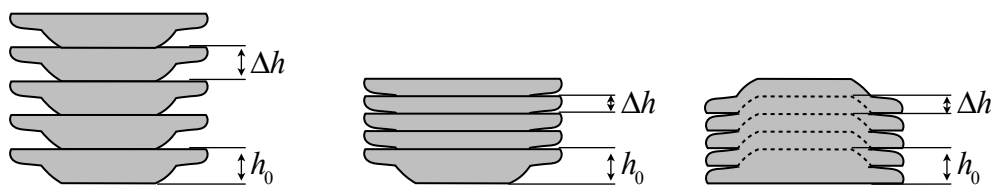
Vul de goede getallen in op de stippen.

Als je de tabel ziet, ben je meteen geneigd om  $2 \times 7,4 = 14,8$  in te vullen als hoogte van de stapel met 10 borden. Dat is echter niet correct, want dan kloppen de hoogtes bij 12 en 16 borden niet. Hier is weliswaar sprake van een lineair verband, maar ook van een 'startgetal'. Doordat de borden in elkaar vallen, is de hoogte van het eerste bord afwijkend van de hoogte die erbij komt met bord 2, 3 enz.

Dit soort verbanden komt veelvuldig voor in het wiskundeboek van de vooropleiding van 'mijn' leerlingen, zowel vmbo-kbl als vmbo-tl. Ik ga er daarom van uit dat ze in staat zijn om deze opgave te maken.

Overigens zit er een storende fout in deze opgave, want met de gegeven waarden wordt het startgetal voor het eerste bord kleiner dan de hoogte die er steeds bij komt, en dat is uiteraard niet mogelijk met gestapelde borden.

We noemen de hoogte van één enkel bord  $h_0$ ; dit wordt tevens het startgetal van het lineaire verband. De netto hoogte waarmee de stapel per bord hoger wordt, noemen we  $\Delta h$ . In figuur 1 is meteen te zien dat  $\Delta h$  maximaal even groot kan zijn als  $h_0$ , namelijk in het geval dat er geen enkel stapelvoordeel optreedt. Naarmate de borden meer in elkaar vallen, neemt  $\Delta h$  af. Ik heb nog even gecontroleerd of  $\Delta h$  misschien wel groter dan  $h_0$  kan zijn als de borden ondersteboven gestapeld worden, maar ook dan doet zich dat niet voor.



Figuur 1 - gestapelde borden

Als  $a_1$  en  $a_2$  de aantallen borden zijn in twee bekende stapels, en  $h_1$  en  $h_2$  de bijbehorende hoogtes, kun je de volgende wiskundige formules hanteren voor  $h_0$  en  $\Delta h$ :

$$h_0 = h_1 - a_1 \times \Delta h \quad \text{en} \quad \Delta h = \frac{h_2 - h_1}{a_2 - a_1}.$$

Met deze formules vinden we voor de gegeven waarden:

$$\Delta h = \frac{h_2 - h_1}{a_2 - a_1} = \frac{22,8 - 17,2}{16 - 12} = 1,4 \text{ cm} \quad \text{en} \quad h_0 = h_1 - a_1 \times \Delta h = 7,4 - 5 \times 1,4 = 0,4 \text{ cm}$$

We kunnen nu ook formules opstellen voor de stapelhoogte ( $h_x$ ) van een willekeurig aantal ( $a_x$ ) borden en voor het aantal borden ( $a_x$ ) in een stapel van een bekende hoogte ( $h_x$ ):

$$h_x = h_0 + a_x \times \Delta h \quad \text{en} \quad a_x = \frac{h_x - h_0}{\Delta h}$$

Met deze formules vinden we voor de gegeven waarden:

$$h_{10} = h_0 + a_{10} \times \Delta h = 0,4 + 10 \times 1,4 = 14,4 \text{ cm}$$

$$a_{35,4} = \frac{h_{35,4} - h_0}{\Delta h} = \frac{35,4 - 0,4}{1,4} = 25 \text{ borden}$$

Deze opgave met borden komt ook voor in de oefentoets<sup>1</sup> van de Pabo rekenen/wiskunde. Daar zijn de gegeven waarden wél zo gekozen dat  $\Delta h \leq h_0$ . Zie figuur 2.

10 voor de leraar


vrijdag 26 maart 2017 | Aangemeld als: deelnemer\_oefentoets

---

18 van 26

RW-020103-05a-vd1

**Gegeven**  
Een stapel van vier borden heeft een totale hoogte van 4,6 cm en een stapel van zeven borden heeft een totale hoogte van 6,4 cm.



**Vraagstuk**  
Hoe hoog zijn tien borden?  
Geef je antwoord in mm. Rond af op een geheel getal.

mm

Figuur 2 - oefentoets Pabo

## Opdracht 2: Korting op korting

De tweede opdracht is een klassiek geval van korting op korting. Het gaat om de volgende tekst: *Wendy koopt een broek waarop 50% korting wordt gegeven. Bij de kassa krijgt ze op de laagste prijs een extra korting van 10%. Hoeveel procent korting heeft Wendy in totaal gekregen?*

Bij deze opgave moet je beseffen dat het antwoord niet 60% is, want de tweede korting wordt gegeven op een lager bedrag dan de eerste korting. Maar ook in

<sup>1</sup> [www.10voordeleraar.nl](http://www.10voordeleraar.nl)

deze opgave zit iets dat wringt; "...op de laagste prijs een extra korting...". Het woord laagste kan op meerdere manieren worden uitgelegd. Bijvoorbeeld: Als er meer dan één artikel wordt gekocht krijg je op het artikel met de laagste prijs een extra korting van 10%. In dat geval zou je zelfs kunnen verdedigen dat de totale korting wel degelijk 60% is. Hier wordt echter bedoeld: Op alle reeds afgeprijsde artikelen krijg je nog eens 10% extra korting. Het woord laagste slaat dan op de prijs die ontstaat nadat je 50% van de oorspronkelijke prijs hebt afgehaald.

Deze opgave komt sowieso voor bij het vak rekenen op 3F niveau, wat 'mijn' leerlingen allemaal volgen. Om die reden verwacht ik dat ze de opgave kunnen maken, hoewel het ontbreken van concrete bedragen roet in het eten kan gooien.

Het te betalen bedrag noemen we  $b$ ; de oorspronkelijke prijs noemen we  $p$  en de kortingspercentages noemen we  $k_1$  en  $k_2$ . Zo kunnen we de volgende formule hanteren voor het te betalen bedrag:

$$b = p \times \left( \frac{100 - k_1}{100} \right) \times \left( \frac{100 - k_2}{100} \right)$$

Als we de totale korting op de oorspronkelijke prijs  $k_{\text{totaal}}$  noemen, kunnen we daarvoor deze formule hanteren:

$$k_{\text{totaal}} = k_1 + \left( \frac{k_1 \times k_2}{100} \right)$$

Met de gegeven waarden komen we dan op een totale korting van 55%:

$$k_{\text{totaal}} = k_1 + \left( \frac{k_1 \times k_2}{100} \right) = 50 + \left( \frac{50 \times 10}{100} \right) = 55\%$$

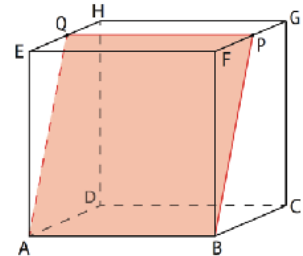
### Opdracht 3: Kubus

De derde opdracht komt uit de lesstof van de eerstejaars mbo (niveau 4, sector techniek). Gevraagd wordt om de oppervlakte van een doorsnede te berekenen in een kubus:

**Kubus**

De kubus ABCD.EFGH hiernaast heeft een zijde van 24 cm. Punt P ligt in het midden van FG en punt Q ligt in het midden van EH.

Bereken de oppervlakte van doorsnede ABPQ.



Bij deze opdracht moet je eerst de lengte van deze doorsnede BP (of AQ) uitrekenen, via de stelling van Pythagoras. Daarvoor is het nodig dat je inziert dat BP (of AQ) de schuine zijde is van een rechthoekige driehoek, waarvan je de rechthoekszijden kent, namelijk 12 (P is het midden van FG) en 24 cm.

Vervolgens wordt de oppervlakte uitgerekend via lengte  $\times$  breedte, dus  $AB \times BP$ .

Hieronder staat de complete berekening:

- teken een loodlijn uit P op BC. Deze snijdt BC in punt R.
- $BR = FP = 12 \text{ cm}$ ;  $RP = BF = 24 \text{ cm}$ ;  $\angle BRP = 90^\circ$
- $BP = \sqrt{BR^2 + RP^2} = \sqrt{12^2 + 24^2} = 12\sqrt{5} \approx 26,8 \text{ cm}$
- $\text{Opp. ABPQ} = 24 \times 12\sqrt{5} = 288\sqrt{5} \approx 644,0 \text{ cm}$

**Selectie leerlingen**

De volgende vijf leerlingen hebben meegedaan aan het onderzoek. Ze volgen alle vijf een mbo-opleiding binnen de sector techniek, niveau 4.

	Naam	Klas	Opleiding	Leerjaar
A	Anne de Laet	O9TE16m	Engineering (mechatronica)	1
B	Inse Willems	O9TE16w	Engineering (werktuigbouw)	1



C	Korijn Vink	O9R116a	Researchinstrumentmaker	1
D	Bernt de Roo	TB4-3	Bouwkunde	3
E	Leon Bos	TME4-3w	Engineering (werktuigbouw)	3

**A. Anne de Laet:** Anne heeft vmbo-kbl als vooropleiding en heeft moeite met wiskunde. Dat zit hem vooral in de omschakeling van concreet naar abstract denken. Hij heeft een opgeruimd karakter en een positieve houding t.o.v. wiskunde<sup>2</sup>. Anne is een doorzetter en ik verwacht dat hij zich zal vastbijten in de opdrachten. Hij zal zijn best doen om de oplossingen te vinden.

Zoals verwacht heeft Anne inderdaad moeite met de opgaven. Bij opdracht 1 komt hij niet op het idee dat er sprake kan zijn van een startgetal; terwijl hij dit wel in zijn vooropleiding heeft gehad. Hij zoekt tevergeefs naar een verband. Opdracht 2 vereist een abstractieniveau dat hij niet in huis heeft; hij maakt er 60% van en komt zelfs niet op het idee om een getallenvoorbeeld te gebruiken. Opdracht 3 tenslotte heeft hij net gehad als leerstof. Na enig nadenken komt hij daar wel uit.

**B. Inse Willems:** Inse heeft ook vmbo-kbl als vooropleiding en heeft (nog meer dan Anne) moeite met wiskunde. Bij Inse is naast het denkvermogen ook de motivatie een probleem. Hij doet weinig aan zijn huiswerk en heeft een wat stoere opstelling. Zijn houding is ten opzicht van school en wiskunde is dus juist negatief<sup>2</sup>. Ik verwacht dat hij de eerste twee opdrachten niet kan maken, maar de derde wel. Ik verwacht ook dat Inse snel de handdoek in de ring zal gooien.

Het loopt toch iets anders dan ik dacht. Inse geeft niet snel op, en laat lange stiltes vallen. Ik kan niet goed inschatten of hij vanuit een soort schaamte de schijn wil opwekken dat hij diep nadent of dat hij werkelijk probeert om de oplossing te vinden. Bij opdracht 1 en 2 komt hij zelfs niet in de buurt van

---

<sup>2</sup> Zan, R. (2013)

een oplossing. Tot mijn verbazing kan hij ook opdracht 3 niet oplossen, waarbij hij aangeeft dat hij beseft dat dit de actuele lesstof is en dat hij snel aan zijn huiswerk moet gaan.

**C. Koriijn Vink:** Koriijn is een bijzondere leerling. Tijdens zijn vmbo-kbl opleiding heeft hij naar eigen zeggen amper wiskunde gehad. Zijn voorkennis was ook opvallend beperkt. Koriijn vindt wiskunde echter leuk. Hij doet enorm zijn best tijdens de lessen, maakt niet alleen zijn huiswerk maar zoekt zelf verbreding en verdieping van de leerstof op internet. Hij stelt ook veel vragen in de les. Ik verwacht dat hij heel gemotiveerd aan de gang gaat en uit alledrie de opgaven zal komen.

Koriijn gaat inderdaad heel gemotiveerd aan de gang. Toch lukt het niet om uit opgave 1 te komen. Hij doet flink zijn best om het verband te achterhalen, maar ook hij komt niet op de gedachte van een startgetal. Hij komt wel met een opmerkelijke conclusie: De borden zijn niet gelijk. Opdracht 2 lukt na wat moeite met een getallenvoorbeeld. Hij rekent de korting goed uit, maar geeft op het laatste moment toch het verkeerde antwoord, namelijk 45% i.p.v. 55%. In de nabespreking wordt duidelijk dat hij ook 55% bedoelde, maar het verkeerd zei. Opdracht 3 doet hij zonder enig probleem; maar die behoort ook tot de actuele leerstof.

**D. Bernt de Roo:** Bernt is een ietwat luie 3e-jaars. Hij heeft wel eens een toets ingeleverd die slechts voor de helft gemaakt was, maar wat er stond was perfect. Bij navraag zei hij dat hij had uitgerekend dat hij met een halve toets een 6 zou halen en dat vond hij voldoende. Bernt is overigens wel te motiveren voor een extra uitdaging. Vandaar dat ik hem gevraagd heb voor dit onderzoek. Hij zei ook meteen 'ja.' Ik verwacht dat Bernt alle drie de opgaven vrij snel kan maken. Bij opdracht 1 zal hij eerst nog wel in de 'val' trappen, maar daarna zal hij zich herstellen.

Bij opdracht 1 heeft Bernt inderdaad snel door dat het niet zomaar om een lineair verband gaat, alleen hij verbindt er

meteen de conclusie aan dat het om een logaritmisch verband gaat en probeert tevergeefs met inklemmen dat verband te vinden. Opdracht 2 en 3 gaan vrij vlot en daar krijgt hij ook het juiste antwoord uit.

E. Leon Bos

Ook Leon zit in het derde leerjaar. Hij vindt wiskunde zeker niet makkelijk maar doet goed zijn best en haalt uiteindelijk altijd een voldoende. Leon kan behoorlijk kritisch zijn en laat het weten als hij vindt dat iets niet logisch of niet terecht is. Ik verwacht dat hij de drie opgaven allemaal goed kan maken.

Opdracht 1 blijkt ook voor Leon te lastig. Hij vult zoals verwacht eerst 14,8 in bij de stapel van 10 borden. Later komt hij er achter dat het niet zo simpel ligt. Hij gaat tevergeefs op zoek naar een verband, gebruikmakend van het principe van een rekenkundige rij. Opdracht 2 en 3 gaan vrij vlot en daar krijgt hij, net als Bernt, de juiste antwoorden uit.

### Problemen oplossen

Het oplosgedrag van probleemoplossers wordt volgens De Jong e.a.<sup>3</sup> bepaald door drie factoren. Dit zijn: het kennisrepertoire van de oplosser, kenmerken van het probleem en individuele kenmerken van de oplosser. Betoogd wordt dat van deze drie het kennisrepertoire de belangrijkste factor is. Binnen het kennisrepertoire kunnen vier componenten onderscheiden worden. Dit zijn: declaratieve kennis, procedurele kennis, selectiekennis en kennis van strategie. De oplosser zal deze componenten in voldoende mate moeten bezitten om succesvol problemen op te kunnen lossen.

Verschaffel<sup>4</sup> heeft een soortgelijke opsomming van voorwaarden voor het "vaardig en succesvol doorlopen van een complex oplossingsproces:" (1) een goed georganiseerd en flexibel toegankelijk kennisbestand, (2) heuristische methoden, (3) metacognitieve kennis en vaardigheden en (4) affectieve aspecten.

---

<sup>3</sup> Jong, de, A. J. M., & Ferguson-Hessler, M. G. M. (1982)

<sup>4</sup> Verschaffel, L. (1998)

Zowel De Jong als Verschaffel geven dus aan dat er sprake moet zijn van een gevulde gereedschapskist, plus de kennis én de motivatie voor het gebruik van de gereedschappen om problemen succesvol te kunnen oplossen.

Bovendien blijkt het mogelijk te zijn om strategieën voor het oplossen van problemen zó te onderwijzen, dat mensen ze vaker gaan toepassen<sup>5</sup>. Met dat in het achterhoofd observeer ik de leerlingen en volg ik hen tijdens de vier fasen van probleemaanpak, zoals beschreven door Pólya<sup>5</sup>: (1) het probleem begrijpen, (2) een plan ontwerpen, (3) het plan uitvoeren en (4) terugblikken.

Tijdens de observatie let ik op de door de leerlingen gekozen heuristieken. Daarbij laat ik de voor deze opgaven niet-relevante heuristieken buiten beschouwing en concentreer ik me op de verkorte lijst van Haesen<sup>6</sup>:

- I. Maak een schematische voorstelling
- II. Verhoudingen weergeven
- III. Systematische lijsten
- IV. Probeer verstandig uit (gok en verifieer)
- V. Opsplitsen in deelproblemen
- VI. Los een eenvoudiger, verwant probleem op
- VII. Werk omgekeerd
- VIII. Eliminatie
- IX. Maak een fysische representatie

### **Vergelijking werkwijze**

Voor de analyse kies ik opdracht 2, zoals uitgevoerd door de leerlingen Inse Willems (leerling B), Korijn Vink (leerling C) en Bernt de Roo (leerling D). Deze keuze maak ik omdat er verschillende opmerkelijke dingen te benoemen zijn, wanneer je deze uitvoeringen naast elkaar legt. De transcripties van alle opdrachten van alle leerlingen zijn trouwens te vinden in de bijlagen.

#### **Fase 1 - het probleem begrijpen**

---

<sup>5</sup> Helden, H. van & Krabbendam & Konings. (2011).

<sup>6</sup> Haesen, S. (2015).

Allerdrie de leerlingen lezen de opdracht voordat ze beginnen. Leerling B en D begrijpen wat er gevraagd wordt en gaan meteen over naar fase 2. Leerling C heeft moeite met de tekst van de opdracht. Hij legt bij het voorlezen al de nadruk op laagste. Dit woord wekte overigens ook verwarring bij leerling A. Tegen de regels in leg ik leerling C uit wat er bedoeld wordt met 'de laagste prijs'. Hij gaat daarna ook over naar fase 2.

### Fase 2 - een plan ontwerpen

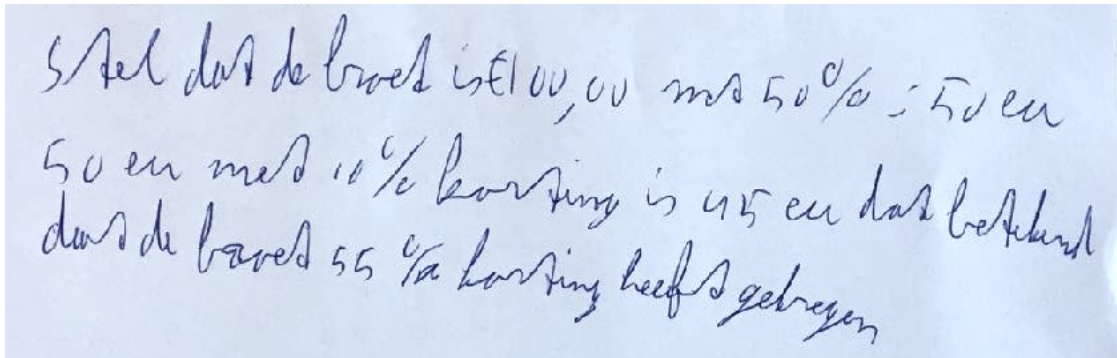
Geen van de leerlingen heeft in zijn kennisrepertoire een pasklare oplossing voor opdracht 2; noch declaratief, noch procedureel. Leerling C is de enige die begint met het organiseren van de gegevens door een schets te maken (heuristiek I.) Hij tekent letterlijk een broek en zegt daarbij: "...OK, we hebben een broek, zo, prachtig broekie...". Daarna begint hij met een getallenvoorbeeld, iets wat leerling B en D meteen doen. Het getallenvoorbeeld valt onder heuristiek VI; het oplossen van een eenvoudiger, verwant probleem. Met deze heuristiek is het de bedoeling dat de oplossing van een vergelijkbaar, maar gemakkelijker probleem inspiratie geeft om de oorspronkelijke opgave op te kunnen lossen. Leerlingen B, C en D kiezen respectievelijk € 40,- € 10,- en € 100,- als voorbeeldprijs voor de broek. Deze keuze lijkt willekeurig, maar ik vermoed dat leerling B een prijsbewuste keuze maakt en leerlingen C en D een praktische. Het rekt immers makkelijker met € 10,- en € 100,-. Daarbij komt vermoedelijk de ervaring van leerling D (3e jaars), die vooruit denkt en weet dat er twee keer een korting moet worden berekend. Startend met € 100,- rekt dan nog weer iets makkelijker dan met € 10,-.

### Fase 3 - het plan uitvoeren

Leerling B rekt vrij vlot 50% korting uit van zijn zelfgekozen € 40,-. Hij heeft echter grote moeite om daarna 20% van € 20,- uit te rekenen. Hij berekent per ongeluk 40% van € 40,- (€ 16,-) en denkt dat hij die € 16,- nog met een ander getal moet vermenigvuldigen. Uiteindelijk geeft hij het op.

Leerling C berekent uitvoerig (mét controlestap!) het bedrag dat Wendy moet betalen, uitgaande van een oorspronkelijke prijs van €10,-. Hij vergeet alleen om de totale korting uit te rekenen. In fase 4 wordt hij daarop gewezen en doet hij dat alsnog, alleen niet goed.

Leerling D heeft duidelijk behoefte aan overzicht en structuur. Na wat proefballonnetjes kiest hij ervoor om de opdracht al schrijvend uit te voeren. In figuur 3 is te zien wat hij opschrijft:



Figuur 3 - Leerling D / opdracht 2

“Stel dat de broek is € 100,00 met 50% = 50 eu  
50 eu met 10% korting is 45 eu dat betekent  
dat de broek 55% korting heeft gekregen.”

#### Fase 4 - terugblikken op de oplossing

Leerling B blikt niet terug, hij heeft het opgegeven en gaat verder met de volgende opdracht. Leerling C blikt wél terug; Als hij de totale korting heeft uitgerekend, zegt hij: “45%, da’s dus heel wat anders want je denkt van 60%.” Leerling D blikt ook niet terug; hij verwacht alleen nog bevestiging dat het antwoord goed is.

#### Reflectie

Voor deze opdracht heb ik meer leerlingen geïnterviewd dan strikt noodzakelijk. Dat kostte behoorlijk wat meer tijd, maar vond ik wel de moeite waard. Ook het uitschrijven van alle transcripties was niet nodig, maar wel handig bij het verwerken van de gegevens. Ik verwacht dat ik een volgende opdracht weer zo uitvoerig zou aanpakken.

Voor de opnames had ik de keuze tussen een digitale camera op statief of mijn iPhone op een tafelstatiefje. Ik koos voor het laatste, om de leerlingen zo weinig mogelijk te laten merken van het feit dat ze worden opgenomen. Ondanks dat ik de foto- en filmbibliotheek van mijn iPhone had leeggemaakt, was het geheugen toch te vol, en stopte de videoopname tijdens één van de opdrachten. Ik ben toen

overgestapt op geluidsopnames, die minder geheugen in beslag nemen. Later bleek dat de opgeslagen media in verschillende What's app groepjes de boosdoeners waren. Ik vond het vervelend om zo te moeten improviseren, terwijl ik dacht dat ik alles goed had voorbereid. Weer wat geleerd.

Tijdens de interviews heb ik geprobeerd me te houden aan de instructie om geen aanwijzingen te geven en niet te helpen. Dat is bijzonder onnatuurlijk gedrag voor mij. Het is dan ook een keer mislukt (leerling C, opdracht 2). Wat mij ook moeilijk afging was om niet te vertellen of het antwoord goed of fout was. Ik ben bang dat de leerlingen dat toch wel aan mijn non-verbale gedrag hebben gemerkt.

Wat mij wel gemakkelijk afging was om neutraal te blijven, geen andere woorden of begrippen te noemen dan de leerling zelf noemt en om neutraal te reageren op fouten en verkeerde antwoorden.

Al met al vond ik dit een leuke opdracht waarvan ik ook nieuwe dingen heb geleerd:

- het kennisrepertoire van 'mijn' leerlingen is minder omvangrijk dan ik zelf dacht; ook bij de derdejaars.
- er zijn duidelijk parallellen te trekken tussen de werkwijzen van de verschillende leerlingen.
- ik ben niet in de wieg gelegd om toe te kijken en leerlingen te laten spartelen.

Een uitdaging voor de toekomst is om meerdere strategieën voor het oplossen van problemen mee te nemen in lesstof, zodanig dat leerlingen ze vaker kunnen en gaan toepassen.

## 2 Wiskunde en andere vakken

### Onderzoeksopzet

Opdracht 2 gaat over de verbinding tussen het vak wiskunde en aanverwante vakken, zoals natuurkunde, scheikunde, biologie, economie en aardrijkskunde. Aan de hand van interviews met docenten van deze vakken wordt vastgesteld in hoeverre er sprake is van een connectie. Dat is meteen ook de hoofdvraag van dit onderzoek, waarbij in ieder interview geprobeerd wordt om de volgende deelvragen beantwoord te krijgen:

- Hoe kijkt u aan tegen het vak wiskunde en dan met name:
  - ziet u wiskunde als een onafhankelijk of ondersteunend vak,
  - ervaart u de wiskunde bij u op school als ondersteunend aan uw vak,
  - wat vindt u van de gebruikte wiskundemethode bij u op school,
  - zijn er momenten in uw les dat u merkt dat de wiskunde tekort heeft geschoten?
  
- Is er bij u op school sprake van een al dan niet gestructureerd overleg tussen uw vakgroep en de vakgroep wiskunde, met bijvoorbeeld als doel:
  - de vakken inhoudelijk beter op elkaar te laten aansluiten,
  - de vakken qua planning of leerlijn beter op elkaar te laten aansluiten,
  - bepaalde rekenmethodieken te synchroniseren, en/of
  - de algemene samenwerking te bevorderen?

De geïnterviewde docenten maken bovendien allemaal drie wiskundeopgaven met een aan hun vakgebied gerelateerde context. Twee opgaven komen uit de methode 'Getal en Ruimte'<sup>7</sup> en één opgave is een examenopgave (Zie bijlage 2). Aan de hand van deze opgaven bespreken we de manier van vragen, gebruikte wiskundige begrippen en in hoeverre deze opgaven relevant zijn voor het vak dat zij geven. De begrippen formule, functie en grafiek dienen concreet aan de orde te komen.

---

<sup>7</sup> Reichard, L.A. e.a. (2012).



## Selectie interviewdocenten

Voor deze opdracht is gesproken met de volgende vier docenten:

- A. Dhr. J.J. Bakker (docent economie, vmbo, Ubbo Emmius locatie Sportparklaan Stadskanaal; datum: 31 oktober 2016)
- B. Mw. G. de Jong (docent biologie, havo/vwo, RSG Ter Apel; datum: 19 maart 2017)
- C. Mw. A. Horstmann (docent natuur- en scheikunde, vmbo, Ubbo Emmius locatie Engelandlaan Stadskanaal; datum: 20 maart 2017)
- D. Dhr. W. Willemsen (docent aardrijkskunde, mavo/havo, Dollard College locatie Stikkerlaan Winschoten; datum: 20 maart 2017)

Vanuit mijn achtergrond (industriële marketing) heb ik enige ervaring met marktonderzoek en het afnemen van kwalitatieve interviews. Gebaseerd op die ervaring vond ik dat ik minimaal vier docenten moest interviewen met een behoorlijke diversiteit in vakgebied én schoolorganisatie. Op die manier krijg je namelijk een completer en betrouwbaarder beeld. Zo ben ik uitgekomen bij vier docenten van vier verschillende vakken en van vier verschillende scholen.

## Bevindingen

Alle vier de docenten vinden dat het vak wiskunde voor een deel ondersteunend zou moeten zijn aan hun eigen vak. Daarbij gaat het om bepaalde berekeningen, maar ook vaardigheden ten aanzien van bijvoorbeeld grafieken. In onderstaande tabel staat een overzicht van onderwerpen waarbij de wiskunde ondersteunend zou kunnen en moeten zijn:

	Onderwerp	EC	AK	NA/SK	BI
1	Percentages	✓	✓	✓	✓
2	Verhoudingen	✓	✓	✓	✓
3	Verbanden	✓		✓	✓
4	Concentraties			✓	✓
5	Grafieken	✓	✓	✓	✓

Drie van de vier docenten geven aan dat het vak niet als voldoende ondersteunend wordt ervaren. Dat zit hem deels in de methodiek die bij wiskunde gebruikt wordt, bijvoorbeeld voor het uitrekenen van verhoudingen (verhoudingstabellen), een methodiek die door de andere vakdocenten als omslachtig en verwarrend wordt ervaren (liever 'kruislings vermenigvuldigen'). Daarnaast loopt de vakinhoud bij wiskunde niet synchroon met de vakinhoud van de geïnterviewde docenten. Bij biologie zijn ze op een gegeven moment toe aan de normale verdeling, terwijl dat bij wiskunde nog niet behandeld is. Deze drie docenten geven ook aan dat wiskunde als ondersteunend vak tekort schiet.

De vierde docent beleeft dit anders. Hij geeft les op een kleine school waar de beide wiskundeleraren letterlijk dichtbij zitten. Er is daarom veel (natuurlijk) overleg en hij heeft het gevoel dat ze als docenten eerder samen optrekken dan dat ze afspreken waar de grenzen liggen tussen de vakken.

Op de drie eerstgenoemde scholen vindt zeer weinig tot geen overleg plaats tussen de geïnterviewde docenten en hun wiskundecollega's, terwijl zij dat wel als nuttig zouden ervaren. Op de vraag waarom ze daar dan niet mee starten komt vreemd genoeg een eensluidend antwoord: De wiskundedocenten staan daar niet voor open. Ze hebben het al druk genoeg met zichzelf. Het mag toch opmerkelijk genoemd worden dat er op 3 van de 4 geïnterviewde scholen amper overleg plaatsvindt tussen de vakgroep wiskunde en de andere vakgroepen. De behoefte is er kennelijk wel. Er is overigens wél overleg tussen collega's van natuur- en scheikunde; en tussen collega's van biologie en scheikunde.

Bij het eerste interview is netjes gevraagd naar de begrippen formule, functie en grafiek. Bij formule (*middel om iets op te lossen*) en grafiek (*schematische weergave van data / gegevens*) kwam er nog wel een redelijk antwoord, maar het wiskundige begrip functie werd niet goed omschreven. Tegelijkertijd voelde het alsof deze vraag niet thuishoorde in het interview. Ik kon de relevantie ervan in ieder geval niet uitleggen. De vraag is in de andere interviews niet meer gesteld.

De docenten maken allemaal 'braaf' de opgaven die ik voor ze heb meegenomen; twee opgaven uit het boek Getal en Ruimte en één examenopgave. Het lukt ze niet allemaal om de opgaven foutloos uit te werken. Het maken van de opgaven is wel vaak aanleiding voor uitwisseling van algemene ervaringen in het onderwijs, overeenkomsten en verschillen tussen schoolorganisaties en het wederzijds delen van de motivatie om met leerlingen te werken. De interviews voelen daarom eerder

als plezierige gesprekken over het vak, dan als een gestructureerde analyse van de mate waarin en de manier waarop een niet-wiskundedocent bezig is met wiskunde in zijn of haar vak. Toch krijg ik daar al pratend wel een goed beeld van.

Bij het maken van de opgaven constateer ik nog het volgende: Bij drie van de vier docenten bespeur ik toch een lichte spanning voordat ik de opgaven neerleg. Bij het zien van de opgaven en het niveau (vmbo kader en TL) verdwijnt dat. Twee van de vier docenten lossen de opgaven doelgericht en efficiënt op, terwijl de andere twee docenten 'onderwijzend' aan de slag gaan. Zij komen over alsof ze bijles geven en leggen alles wat ze doen stap voor stap uit. Desgevraagd vinden alle docenten dat de opgaven passen in de context van hun vak en dat de opgave ondersteunend kan zijn aan hun eigen leerstof. Eén docent geeft aan dat een bepaalde vraag achterhaald is op haar vakgebied.

### **Conclusies**

Deze nogal onthutsende conclusies gelden voor drie van de vier onderzochte scholen.

- Het vak wiskunde ondersteunt de aanverwante vakken in onvoldoende mate, want de docenten van aanverwante vakken constateren regelmatig hiaten in de wiskundige vaardigheden van de leerlingen.
- De gehanteerde methodes stuiten soms op onbegrip bij docenten van aanverwante vakken omdat ze verwarring zaaien bij leerlingen.
- Het vak wiskunde sluit qua leerlijn/planning niet naadloos aan bij de aanverwante vakken, waardoor de niet-wiskundedocent soms gedwongen wordt om nog onbehandelde wiskundevaardigheden aan te leren.
- Er vindt over bovenstaande nauwelijks afstemming plaats tussen de vakgroep wiskunde en de overige vakgroepen, terwijl hier wel behoefte aan is.

### **En verder...**

- Op één school is de situatie duidelijk anders. Daar wordt regelmatig overleg gepleegd en ziet men elkaar als samenwerkende leden van een team. Door deze onderlinge afstemming lopen de verschillende vakprogramma's meer synchroon en zijn de vakken ondersteunend aan elkaar.

- De meeste docenten van aanverwante vakken kunnen de voorgelegde wiskunde-opgaven probleemloos oplossen. Toch gaat niet alles foutloos.

## Reflectie

Het is uitermate boeiend en nuttig om met docenten van verschillende scholen te praten over hun ervaringen met leerlingen en uiteraard over het docentenvak. Het bevestigt mij in mijn keuze voor het onderwijs, maar geeft mij ook nieuwe inzichten. De docenten die ik geïnterviewd heb waren alle vier meteen bereid om mee te doen, namen uitgebreid de tijd en waren openhartig in hun antwoorden.

Ik ben bang dat ik niet volledig geslaagd ben in het bereiken van het voorgeschreven onderzoeksdoel. Er is te weinig gesproken over de inhoudelijke wiskunde en we hebben niet uitgediept waar de verschillen van inzicht precies liggen tussen het vak wiskunde en het aanverwante vak. De vraag wat de docenten verstaan onder functie, formule en grafiek is zelfs na het eerste interview niet eens meer gesteld.

De zelfgeformuleerde vragen zijn echter ruimschoots beantwoord en uit de bevindingen kon ik opmerkelijke conclusies trekken. In die zin vind ik de uitvoering van deze opdracht zeker succesvol.

Wat ik meeneem uit deze opdracht is de intentie om vooral de communicatie met mijn directe collega's open te houden en te proberen om een wij/zij-gevoel te voorkomen. Overigens vind ik dat er in mijn huidige baan sprake is van goed en regelmatig contact met mijn collega's en dat alles in principe bespreekbaar is.

Tot slot is er een klein ideetje ontstaan om deze uitwisseling een structurele vorm te gaan geven. Niet nóg een netwerkborrel, denk ik meteen er achteraan. Maar zo af en toe eens een andere (onbekende) leraar opzoeken, en ervaringen uitwisselen. Dat lijkt me zinnig, inspirerend en uiteindelijk vooral in het belang van 'onze' leerlingen.

## 3 Inspiratie

### Keuze voor het boek

De derde opdracht heet 'Inspiratie' en gaat over de toepassing van kennis of inspiratie uit een boek in de eigen wiskundeles. Na uitvoerige bestudering van de lijst met 49 boeken heb ik twee boeken daarvan aangeschaft: *Ik was altijd heel slecht in wiskunde*<sup>8</sup> en *Hoe wiskunde de wereld veranderde*<sup>9</sup>. Het boek *Genieten van getallen*<sup>10</sup> had ik al - en ook al gelezen - dus ik was toe aan iets nieuws.

Verder heb ik in het kader van deze opdracht ook aangeschaft: *De juiste toon*<sup>11</sup>, vanwege mijn interesse in muziek. Dit boek stond niet op de lijst, maar leek mij ook buitengewoon interessant.



*De juiste toon* heb ik uiteindelijk niet gekozen voor deze opdracht, omdat het een zeer technische uiteenzetting is over toonsystemen, wat zich niet leent voor de doelgroep waaraan ik les geef. Ik ga het boek tijdens een lange vakantie uitgebreid voor mezelf lezen. Bleef over de keuze tussen: *Ik was altijd heel slecht in wiskunde* en *Hoe wiskunde de wereld veranderde*. Mijn eerste indruk van *Ik was altijd heel slecht in wiskunde* was niet positief. Qua vormgeving (met name

kleurgebruik en kwaliteit van de afbeeldingen) deed het geheel nogal amateuristisch, ja zelfs kinderachtig aan. Bovendien kwam ik erachter dat de auteurs zichzelf *de wiskundemeisjes* noemen en een blog bijhielden over wiskunde. Bijna had ik het boek ongelezen in de kast gegooid. Hoe kan een dergelijk onbenullig werk op de boekenlijst staan, dacht ik. Maar nog voordat ik *Hoe wiskunde de wereld veranderde* ter hand had genomen bedacht ik me dat ik natuurlijk juist *Ik was altijd heel slecht in wiskunde* moest lezen. Al was het alleen

<sup>8</sup> Daems, J. & Smeets, I. (2011).

<sup>9</sup> Stewart, I. (2008).

<sup>10</sup> Bellos, A. (2014)

<sup>11</sup> Craats, J. v.d. (2003)

al om wat tegenwicht te bieden aan de lovende recensies op internet. En zo geschiedde... dacht ik.

### **Waarom je dit boek wel/niet moet lezen**

Al snel kwam ik erachter dat ik het mis had. Dit is warempel echt een hartstikke leuk boek. De auteurs hanteren een eenvoudig taalgebruik, waardoor de artikelen (want het is geen doorlopend verhaal) goed leesbaar en begrijpelijk zijn. En moeilijke onderwerpen worden niet geschuwd, integendeel, de auteurs behandelen verschillende pittige onderwerpen die in een VWO-boek niet zouden misstaan. Daarmee vind ik de vormgeving enigszins misleidend. Zonder kennis van zaken zou een goedbedoelende tante het boek zomaar kado geven aan een meisje (!) dat naar de brugklas gaat. En dan bega je twee fouten: het boek is zeker niet alleen voor meisjes en naar mijn mening te hoog gegrepen voor iemand die naar de brugklas gaat.

Als ik kort zou moeten samenvatten waarom je dit boek wel/niet zou moeten lezen, kom ik tot het volgende:

- ✓ Het niveau van de wiskunde is hoger dan de titel en de opmaak doen vermoeden.
- ✓ Wiskundige wetenswaardigheden worden op een luchtige maar degelijke manier gebracht.
- ✓ Wiskunde wordt geloofwaardig aan het dagelijkse leven verbonden.
- ✗ Hier en daar ontsporen de auteurs met een te langdradige uitéénzetting die niet past bij het verteltempo in de rest van het boek.
- ✗ De auteurs zijn al lang geen meisjes meer, maar het boek doet soms nog wel wat kinderachtig aan.

### **De kern van het boek**

Om de kern van het boek weer te geven heb ik gekozen voor een animatiefilmpje dat op youtube staat:

[https://youtu.be/oT4WZsl\\_usA](https://youtu.be/oT4WZsl_usA)

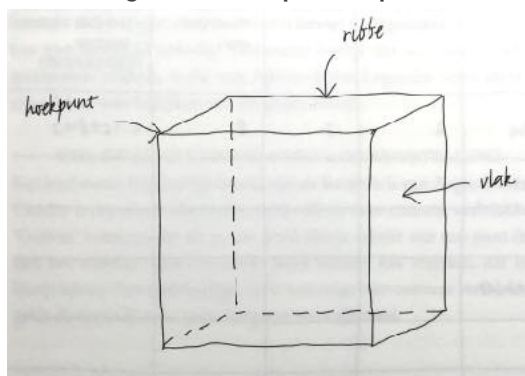
## In de les

In de periode nadat ik het boek heb gelezen, heb ik al verschillende zaken in de klas gebruikt. Tot de verbeelding spreekt bijvoorbeeld dat er verborgen boodschappen in de oneindige reeks decimalen van  $\pi$  zitten. Eén van mijn leerlingen had al vrij snel ontdekt dat zijn naam er drie keer in voorkwam. Iets lastiger voor te stellen, maar theoretisch zeker verdedigbaar, is dat de integrale tekst van Hamlet ook in de decimalen te vinden moet zijn.

Bij ruimtemeetkunde heb ik met de klas uitgerekend wat er gebeurt als je een touw om de aarde spant, en dat vervolgens een meter langer maakt. Ook heb ik het voorbeeld uit het boek gebruikt om aannemelijk te maken dat een driehoek op een bol vlak geen hoekensom van  $180^\circ$  meer heeft.

Het boek leent zich dus heel goed voor anekdotes, teasers en activerende werkvormen voor een breed scala aan onderwerpen. Het boek is tevens geschikt voor beknopte verdiepingen als leerlingen net iets meer willen weten over de achtergrond van een onderwerp. Mocht dat niet genoeg zijn, dan staan er maar liefst 14 leestips in het boek, net als museumprompts, kadotips, kijktips, reistips, puzzels en knutsels.

Ik blijf van mening dat de kwaliteit van de afbeeldingen niet best is. Veel foto's zijn te klein, te donker en meestal te weinig verhelderend. De tekeningen zijn allemaal uit de losse pols (zie figuur 4). Dat vind ik jammer, maar het is zeer waarschijnlijk een bewuste keuze. Ik vermoed dat de auteurs daarmee willen aangeven: je kunt wiskunde ook duidelijk maken met een eenvoudig schetsje. En als docent kun je de tekeningen op dezelfde manier op het bord overnemen. Toch doe ik dat niet. Ik hou van grote, scherpe en sprekende beelden....



Figuur 4. Uit de losse pols.

# 4 Toetsen

## Inleiding

Bij opdracht 4 is het de bedoeling dat een bestaande wiskundetoets geanalyseerd wordt en beoordeeld op basis van een aantal bronnen. Bovendien zullen er suggesties ter verbetering worden gedaan.

Het vak wiskunde is op het mbo geen examenvak en er bestaan ook geen landelijke eindtermen voor wiskunde op het mbo. Toch zou het mbo naadloos moeten aansluiten bij het hbo en mag je toch op zijn minst verwachten dat de wiskunde van studenten met een mbo diploma op hetzelfde niveau is als dat van leerlingen met een havo-diploma. Dat is echter niet het geval. In het mbo wordt vooral gekeken naar de beroepspraktijk en in hoeverre rekenen/wiskunde nodig is om het beroep waarvoor men opleidt uit te kunnen oefenen. De SLO<sup>12</sup> hanteert daarbij het volgende uitgangspunt:

*In het mbo is sprake van drievoudige kwalificering: ten behoeve van het beroep, van burgerschap en van doorstroom. In elk van de drie gevallen kan sprake zijn van summatieve beoordeling van reken/wiskundige vaardigheden. Daarbij wordt aanbevolen het primaat te leggen bij de beroepskwalificaties en in de summatieve beoordeling van integrale beroepsopdrachten die van de reken/wiskundige handelingen in de opdrachten te betrekken.*

Bij beroepsopleidingen tot bloemist, fotograaf, hostess en slager kan ik mij goed vinden in bovenstaand uitgangspunt. Maar vanuit het mbo stroomt 20% van de leerlingen door naar het hbo<sup>13</sup> en er zit een groot gat tussen het geadviseerde instroomniveau<sup>14</sup> voor mbo'ers die een technische hbo-studie willen volgen en de wiskundige vaardigheden die benodigd zijn voor een technisch beroep op mbo-niveau. In overleg met mijn teamleider ben ik daarom twee jaar geleden begonnen

---

<sup>12</sup> Schmidt, V. (2009).

<sup>13</sup> Mbo-raad (2017).

<sup>14</sup> Asselt, R. van e.a. (2011).



met het proces om het wiskundeniveau bij onze opleiding langzamerhand richting havo eindtermen te bewegen.

De toetsen die ik nu nog steeds afneem zijn ca. twee jaar oud en lenen zich uitstekend voor een degelijke analyse. Ik ben er van overtuigd dat we veel verbeterpunten zullen vinden. En ik ben ook blij dat dit nu gaat gebeuren in het licht van de hierboven beschreven beweging.

### **Toetskeuze**

De toets die ik ga analyseren is een wiskundetoets die gegeven wordt in periode 3 van het eerste leerjaar. Het onderwerp is tweedegraads verbanden (zie bijlage 3). De toets bestaat uit 4 opgaven met in totaal 11 vragen.

### **Moeilijkheidsgraad**

Opgave 1 t/m 3 zijn opgaven op reproductieniveau (niveau 1 van de toetspiramide<sup>1516</sup>). Opgave 4 zou je kunnen plaatsen op niveau 2; wiskundig gereedschap kiezen. In deze toets zitten geen vragen op niveau 3 (generaliseren).

Vraag 1a, waarbij je de nulpunten van een tweedegraadsvergelijking moet vinden door middel van ontbinden in factoren, begint eenvoudig:  $y = x^2 + 7x + 10$ .

Bij vraag 1b moet al iets meer nagedacht worden:  $y = x^2 - 17x + 72$ . Niet iedere mbo-leerling heeft de tafel van 8 of 9 zover geautomatiseerd dat er bij het getal 72 meteen iets te binnen schiet. Daarnaast hebben we te maken met een negatieve b en een positieve c, dus dat is ook even puzzelen.

Vraag 2a en 2b, waarbij je de nulpunten van een tweedegraadsvergelijking moet vinden door middel van kwadraat afsplitsen, zijn beide elementaire vragen:  $y = x^2 - 10x + 21$  en  $y = x^2 + 16x + 48$ .

Ik verwacht op basis van mijn ervaring dat in de klas een duidelijke tweedeling te zien zal zijn: zij die hebben geoefend maken deze opgaven moeiteloos en zij die

---

<sup>15</sup> Drijvers, P. e.a. (2012).

<sup>16</sup> Goris, T. (2013).

dat niet hebben gedaan gokken op wat er nog in hun geheugen is overgebleven van de les. De meesten gokken fout.

Bij opgave 3 moet de abc-formule worden toegepast. Dat mag uiteraard handmatig, zoals ik heb gedaan in de uitwerking, maar de meeste leerlingen geven er de voorkeur aan om de nulpunten in één keer uit te rekenen met de rekenmachine. Hoewel ik regelmatig aangeef dat de kans op invoerfouten erg groot is bij het gebruik van de rekenmachine, blijft men dat toch doen. Vraag 3a ziet er als volgt uit:  $y = -x^2 - 14x - 40$ . De b is dus negatief en dat vraagt om extra haakjes (anders neemt de rekenmachine het minteken niet mee bij het kwadrateren), terwijl er bij invoer in de rekenmachine sowieso al drie paar haakjes gebruikt moeten worden:

$$x = \frac{\left( - -14 \pm \sqrt{\left( (-14)^2 - 4 \times -1 \times -40 \right)} \right)}{(2 \times -1)}$$

De abc-formule zelf wordt op de toets gegeven. Dat is een keuze. Ik ben er voorstander van dat leerlingen zich richten op de wiskunde en niet op het uit het hoofd leren van formules. Mocht een formule echt heel belangrijk zijn, dan komt hij vanzelf zo vaak voor dat leerlingen hem automatisch uit het hoofd leren.

Opgave 4 geeft redelijk wat vrijheid in de keuze van de te gebruiken techniek en daarom plaats ik die op niveau 2. Bij vraag 4a wordt gevraagd om de nulpunten te berekenen, waarbij de leerling zelf mag kiezen welke methode hij gebruikt. Er staat in de vraag: "...als die er zijn." Dit nodigt uit tot het berekenen van de discriminant, maar het hoeft niet per sé.

Vraag 4b, c en d kunnen op verschillende manieren en die worden allemaal goed gerekend. Voor vraag 4e (teken de grafiek) moeten de leerlingen zich strak houden aan de regels voor een compleet assenstelsel, dus mét indicatie van de x- en y-as, maatstreepjes, getallen en de oorsprong.

Samenvattend is dit een vrij elementaire reproductietoets die leerlingen na oefening moeiteloos met een voldoende moeten kunnen afsluiten.

## Criteria

Een goede toetsvraag moet in ieder geval voldoen aan de volgende criteria<sup>17</sup>:

- De vraag past bij de leerdoelen die zijn opgesteld
- De opdracht is duidelijk
- Taalgebruik is correct

Opgave 1 t/m 3 voldoen volledig aan alledrie de criteria. Opgave 4 is misschien nog voor verbetering vatbaar. Er staat vier keer *bepaal of bereken* en *bepaal* is een ruim begrip. Ik denk dus dat opgave 4 wel past bij de leerdoelen en dat de opdracht ook duidelijk is, maar het taalgebruik kan nog aangescherpt worden.

## Verbeteringen

Allereerst kan er naar analogie van het piramidemodel van Jan de Lange<sup>18</sup> een extra niveau worden ingebouwd, namelijk niveau 3 (generaliseren). Dit zou bijvoorbeeld een contextvraag kunnen zijn over een schotelantenne; maar in de natuur komen nog veel meer parabolen voor (kogelbanen, regenboog, waterstraal etc). Keuze genoeg!

Niveau 2 kan uitgebreid worden door niet bij alle opgaven voor te schrijven welke methode de leerlingen moeten gebruiken. De andere kant hiervan is dat ik wel vind dat ze moeten kunnen ontbinden en kwadraat afsplitsen. Ik kan het dus niet helemaal vrijgeven, want dan lossen ze alles op met de abc-formule.

De toets bevat nu vooral veel weet-vragen en minder begrip- of inzichtvragen. Er zou aan het einde nog een inzichtvraag kunnen worden toegevoegd. Bijvoorbeeld over de rol van parameters  $a$ ,  $b$  en  $c$ . Je tekent een parabool + een translatie van die parabool en vraagt welke parameter je zou moeten veranderen om de translatie voor elkaar te krijgen. Een andere inzichtvraag zou kunnen gaan over de hoogte van een brug o.i.d.

---

<sup>17</sup> Drijvers, P. e.a. (2012).

<sup>18</sup> Goris, T. (2013).

## **Conclusie**

Er valt inderdaad nog het één en ander te verbeteren aan de toets en dan met name het aanbrengen van de hogere niveau's.

# Bronnen

- Bellos, A. (2014). *Genieten van getallen*. Utrecht: Kosmos.
- Craats, J. v.d. (2003). *De juiste toon*. Amsterdam: Epsilon.
- Daems, J. & Smeets, I. (2011). *Ik was altijd heel slecht in wiskunde*. Amsterdam: Nieuwezijds.
- Drijvers, P., Streun, A. van & Zwaneveld, G. (2012). *Handboek wiskundedidactiek*. Amsterdam: Epsilon.
- Examens VMBO-GL en TL. (2015). Geraadpleegd op 26 maart 2017 van <https://www.examenblad.nl/examen/wiskunde-gl-en-tl-vmbo/2015>
- Goris, T. e.a.. (2013). *Toetsen van wiskunde, samenstellen, afnemen en nakijken*. Utrecht: APS.
- Haesen, S. (2015). *Grenzen verleggen*. Verenigde Staten: Sine Qua Pod.
- Helden, H. van & Krabbendam & Konings. (2011). *Probleemoplossen en wiskunde*. Utrecht: APS
- Jong, de, A. J. M., & Ferguson-Hessler, M. G. M. (1982). Voorwaarden voor het succesvol oplossen van problemen. (TH Eindhoven. Onderafd. Wijsbegeerte en Maatschappijwetenschappen. Onderwijsresearch: rapport; Vol. 30). Eindhoven: Technische Hogeschool Eindhoven
- Asselt, R. van e.a. (2011). *Landelijke Werkgroep Hbo-Wiskunde. Handreiking voor instroomniveau's wiskunde van mbo'ers die technische hbo-studies willen volgen*.
- Mbo-raad (2017). Geraadpleegd op 31 maart 2017 van <https://www.mboraad.nl/het-mbo/feiten-en-cijfers/studenten-het-mbo>
- Oefentoets Pabo rekenen/wiskunde. 10 voor de leraar. Geraadpleegd op 26 maart 2017 van [https://10vdloefentoetsen.qmark.nl/perception5/open.php?SESSION=4531757113106689&NAME=deelnemer\\_oefentoets](https://10vdloefentoetsen.qmark.nl/perception5/open.php?SESSION=4531757113106689&NAME=deelnemer_oefentoets)
- Reichard, L.A., Rozemond, S., Dijkhuis, J.H. e.a. (2012). *Getal & ruimte - wi 4 vmbo-k deel 1*. Houten: EPN.
- Schmidt, V. (2009). *Rekenen/wiskunde in het mbo*. Enschede: SLO
- Stewart, I. (2008). *Hoe wiskunde de wereld veranderde*. Hilversum: Lias.
- Verschaffel, L. (1998). *Leren oplossen van wiskundige contextproblemen in de bovenbouw van de basisschool*. Leuven, België: Universitaire Pers
- Zan, R. (2013). *Solid Findings on Students' Attitudes to Mathematics*. EMS Newsletter, September, 51

# Bijlagen

# Bijlage 1 - Transcripties opdracht 1

[d] = docent, [l] = leerling. Achter iedere opdracht staat de tijdsduur vermeld in (min:sec).

## A. Anne de Laet

### Opdracht 1 (borden) (1:55)

[d] Nou dit is de eerste opdracht. Denk maar hardop; kijk maar of je er uit komt.

[l] Dit is de eerste opdracht?

[d] Je mag erop schrijven

[l] OK. In onderstaande tabel staat de hoogte van stapels dezelfde borden? Aantal borden. Dan staat hier de hoogte van de borden. [lange pauze].

[d] Zeg maar wat je denkt.

[l] Nou, ik denk... Nou, ik denk... dat ik ze eerst even deel, door elkaar. Even zien, 16, delen door 22,8. Als ik dat keer 5 doe, kom ik dan op 7,4? Nee. Even kijken hoor. Wat had ik nou net ingevuld? Oh 22,8. Dan doe ik 16. Oh. Dat keer 5. Dan kom ik al in de buurt, maar dat is hem niet. Maar die [wijst op 7,4] kan ik elk geval wel door twee doen volgens mij. [lange pauze]. Even nadenken hoor.

[d] Hij is lastig hoor, dus ik snap je wel.

[l] Ik zie die verbanden helemaal niet.

[d] Gaan we even naar de volgende.

[l] Ja, laat maar [schuif papier aan de kant].

### Opdracht 2 (korting op korting) (1:15)

[d] Kijken of je hier uit komt.

[l] Wendy koopt een broek waarop 50% korting wordt gegeven. Bij de kassa krijgt ze op de laagste prijs een extra korting van 10... Bij de kassa krijgt ze op de laagste prijs... Hoeveel procent korting heeft Wendy in totaal gekregen? [lange pauze]. Ja, je zou zeggen 60%.... Toch? Maar... even kijken hoor. Bij de kassa krijgt ze op de laagste prijs... de laagste prijs?...10%. Een broek [onderstreept 'een broek']. Ja, je hebt geen... ik denk 60 graden. Dan is dat gewoon mijn antwoord. Of 60%.

[d] Dan moet je het even controleren.

[l] Ja. Ja maar je kan... Anders kun je dat niet uitrekenen met de laagste prijs, dus ik denk 60 graden, of 60%.

### Opdracht 3 (kubus) (2:05)

[d] Nou, de laatste opdracht.

[l] Kubus ABCD.EFGH... heeft een zijde van 24 cm. Punt P ligt in het midden. Oh, nou moet je die oppervlakte berekenen. Ehm. Even kijk hoor. Deze zijde ga ik wel van uit. Dus die is 24. Dus 12. Oh dan moet je eerst die graden uitrekenen, dan moet je weten hoe lang die zijde is, of niet? 24. Even kijken hoor [gebruikt rekenmachine]. Dat in het kwadraat. 24 in het kwadraat. Daar de wortel van. 27... ho... 26,8. Moet ik die formule ook opschrijven? En dan is het 24 keer 26,8. Eh keer 24. Zijn het millimeters, centimeters, of?

- [d] Centimeters  
 [l] Centimeters. Da's dan 643,9... 2 [verwijst naar het 2tje boven de cm]. Ik denk dat dit hem is.  
 [d] OK wil je hem controleren?  
 [l] Nee, ik weet het wel zeker. Denk ik. Ja ik weet het wel zeker.

### **Afronding**

- [d] Wat vond je hiervan?  
 [l] Nou deze [wijst naar opdr 3] was wel te doen. Komt ook omdat we er net mee bezig waren. En deze [wijst naar opdr 2] Dat kan volgens mij niet anders. Ja...  
 [d] Waarom vond je deze lastig?  
 [l] Nou, dit zet me een beetje op een dwaalspoor. Bij de laagste prijs krijgt ze een extra korting van 10%. Maar ja stel... Kijk dan heeft ze een broek van 50% korting. Ik ga er dan een beetje van uit dat dat de laagste prijs is. Als ze een shirtje koopt van bijvoorbeeld 10 euro en die broek is 24 euro. Dan krijgt ze die 10% nog op die...  
 [d] Ja, daar mocht ik je niet bij helpen, maar dat is inderdaad verwarrend.  
 [docent legt vervolgens opgave 1 en 2 uit. De leerling begrijpt opgave 2 nu ook. Maar over opgave 1 zegt hij: Oh zo... Ja nou dat is sowieso niet mijn ding. Daar kan ik helemaal niet mee worden....]

## **B. Inse Willems**

### **Opdracht 1 (borden)(2:30)**

- [d] Ga je gang.  
 [l] [leest de opgave, lange pauze, lacht daarna]  
 [d] Denk eens hardop. Wat denk je?  
 [l] Eh, hier. 5 borden. En dan 10 borden... [lange pauze]. Ik zou dit echt niet weten. [lange pauze]. Ik weet niet hoe ik moet beginnen. [lange pauze].  
 [d] We leggen deze wel even aan de kant. Dan beginnen we met opdracht 2.

### **Opdracht 2 (korting op korting) (3:20)**

- [l] [leest hardop] Wendy koopt een broek waarop 50% korting wordt gegeven. Bij de kassa krijgt ze op de laagste prijs een extra korting van 10%. Hoeveel procent korting heeft Wendy in totaal gekregen? [denkt na]. Je hebt geen bedragen.... [lange pauze]. Misschien moet ik gewoon een voorbeeld nemen.... Zo maar een bedrag... Dat ga ik doen... 40 euro pak ik, en daar 50% van, dat is 20 euro, dan nog. En van die 20 euro moet je dan nog 10% pakken. En dat is 20 gedeeld door 50.. hé.. 50 dus dat is...20 en 50 is het totaal. Gedeeld door 50 keer 40 is 16 euro. [Gaat nu stilzwijgend door met rekenen op de rekenmachine]  
 [d] Denk eens hardop.  
 [l] Eh. Volgens mij moet ik wat met die 16 doen. Dus 16 gedeeld door 50, keer... eh, volgens mij keer 100 of keer 60. Als ik keer 60 doe kom ik op 19,2.....dan kom ik op 19,2 uit en keer 100, gedeeld door 50, keer 100, kom ik op 32 uit.....[lange pauze]  
 [d] We gaan even naar de volgende. Vind je dat goed?  
 [l] Ja, dit wordt hem niet.  
 [d] Nou, dat maakt niet uit. Neem deze maar.

### **Opdracht 3 (3:05)**



[I] Een kubus ABCD...D...hebben hiernaast een zijde van 24. Dus alle zijden zijn 24. Punt P ligt...ligt in het midden van EFG.... nee..... EF... nee...F...Punt Q ligt EF. Bereken de oppervlakte van ABPQ. [denkt na] Denk ik dat we eerst de inhoud moeten berekenen. maar de hoogte hebben we niet. Maar 't is een kubus, dus da's ook 24. Dus 24 keer 24 keer 24... best veel... is 13.824. [denkt na]. Volgens mij moet je dan de wortel nemen van 13.824. Dat is 117 komma [pauze] 57. Daar heb ik een beetje moeite mee met die antwoorden. [pauze]. Dan heb ik volgens mij alleen de inhoud van dit. [fluistert nu] Dus de inhoud van dat...[lange pauze]

[d] Nou, we stoppen daar ook even.

### **Afronding**

[d] Je vindt het lastig hè?

[I] Ja [lacht verlegen]

[d] Nou, dat is helemaal niet erg. Daar gaat het ook niet om. [legt vervolgens de eerste twee opgaven uit en wijst er aan het einde op dat de laatste opgave uit de actuele wiskundestof komt]

[I] Ik ben nog niet bezig geweest met deze stof en ik weet heel goed dat ik daar mee bezig moet.

[d] [gaat samen met leerling door opdracht 3 en dan begrijpt hij hoe die had ontmoeten].

## **C. Koriijn Vink**

### **Opdracht 1 (borden) (3:41)**

[d] Je mag beginnen.

[I] Even kijken, ik ga eerst lezen. In onderstaande tabel staat de hoogte.... [leest dan zwiingend verder]. Even kijken. Dan doe ik. Dan kijk ik de hoogte per bord. 5 delen door 7,4. Ja. even kijken of dat ook klopt bij 12. Dan doe ik dat keer 12. Nee, klopt niet. Dan 7,4 delen door 5. Draai ik het eens een keer om. Kijken. Doe ik dat ook keer 12. Kijken of dat klopt. Komt in de buurt. Maar klopt nog steeds niet. Keer 16 dan. [reken nog wat uit op zijn rekenmachine en dankt na].

[d] Ik mag je niet helpen, dus ik laat je gewoon even rustig nadenken.

[I] [lange pauze] 7,4.... [lange pauze]. [gaat nu de stapels borden tekenen]. OK, we hebben borden, zo, uittekenen. Stapeltje van 5. Ook eentje van 10. Deze hoogte die weten we niet. Maar deze, die is 7,4 cm. Zo. Dan moet elk bord 7,4 ...delen door 5.... elk bord 1,48 cm zijn. Even kijken. Keer 5 borden, ja dat klopt nog steeds. Keer 12 borden klopt niet. Keer 16 komt ook wat anders uit. [reken door op de rekenmachine]. Dan lijkt het erop dat het niet dezelfde borden zijn.

[d] We gaan even naar de volgende opgave.

### **Opdracht 2 (korting op korting) (2:05)**

[I] [leest voor] Wendy koopt een broek waarop 50% korting wordt gegeven. Bij de kassa krijgt ze op deze, de laagste prijs, een extra korting van 10%....

[d] De laagste is verwarrend. Het gaat er gewoon om... op de prijs krijg je nog een keer 10%.

[I] OK, we hebben een broek [tekent de broek] zo, prachtig broekie, min 50%, dan... De broek kost 10 euro. Afgeprijsd. Zo, min 50%. Is 10 delen door 100 keer 50 min 10. Kan dat ook 10 keer 0,5 doen. Wordt er 5 euro afgeprijsd. Dus dan wordt die ook weer 5 euro. En dan krijgt ie nog eens extra 10% korting. Min 10%. Pakten we die 5 keer 0,1 en dan weer min 5. Kom je uit op 4 euro 50 voor Wendy [kijkt alsof hij klaar is].

[d] Ja, en wat is nu het antwoord op de vraag?

[I] Oh ja. Hoeveel korting heeft ie in totaal gekregen. Dus eh, doe je deel delen door geheel, en dan 50 delen door 10 keer 100. [reken uit]. Is 45%, da's dus heel wat anders want je denkt van 60%.

[d] Ja, mooi. Heb ik er nog één voor je. De derde.

**Opdracht 3 (1:43)**

- [1] Een kubus ABCD en EFGH. Een zijde van 24 cm. In het midden van FG, dat weten we. En P ligt EH in het midden. Nou, dan hebben we hier... maken we een driehoek van. Het aanzicht [tekening]. F... Deze is 24. Dan is deze schuine zijde 24 kwadraat plus 12 kwadraat. En daar de wortel van... is... 26,80. En dan tekenen we... hier... rechthoek... 24 keer 26,80 is 643,2 cm<sup>2</sup>.

**Afronding**

- [d] Wat vond je ervan?  
 [1] Die laatste was makkelijk. En die tweede ook.  
 [d] Maar die tweede was niet helemaal goed.... [legt uit dat de korting 55% moet zijn]  
 [1] Oh ja. En die eerste, daar kwam ik helemaal niet uit.  
 [d] [neemt de eerste opgave met hem door.]

**D. Bernt de Roo****Opdracht 1 (borden) (2:30)**

- [d] Wil je die voor mij oplossen?  
 [1] Vul de goede getallen in op de stippen. Nou... 7,4 gedeeld door 5. En dan keer 12, komt dan, nee... Er zit een eh... logaritme in. 7,4 gedeeld door 5. [pauze]. Dat klopt niet. [lange pauze]. 7,4 gedeeld door 5.... eh... 7,4 delen door 5... 1,4 plus 1,3 plus 1,2 plus 1,1 is....  
 [d] Wat ben jij nou aan het uitrekenen?  
 [1] Nou er zit een logaritme in. Omdat het telkens minder wordt per stap. Ik dacht als ik dat weet te vinden, dat bijvoorbeeld de eerste is 1,5, de tweede stap is 1,4 de derde stap is 1,3...  
 [d] Maar dat heb je nog niet gevonden?  
 [1] Nou, nu moet ik iets hoger gaan zitten denk ik. ...,5 + 1,4 + 1,3 = 7,5. Dus als ik 1,6 + 1,5 + 1,4.... Nee, dat komt ook niet uit.  
 [d] Dan gaan we naar de volgende opgave.

**Opdracht 2 (korting op korting) (1:10)**

- [1] [leest de opdracht fluisterend voor]. Stel nou dat die broek... 50... 50 nee... 10% .... is 45... 1....[rekent]. [schrijft nu op, terwijl hij dat hardop uitspreekt:] "Stel dat de broek is € 100,00 met 50% = 50 eu. 50 eu met 10% korting is 45 eu dat betekent dat de broek 55% korting heeft gekregen."

**Opdracht 3 (kubus) (1:50)**

- [1] [leest de opgave] Punt P. Punt P is ... 12 cm. Het midden van FG en punt Q.... Dat is de stelling van Pythagoras. 24 in het kwadraat plus 12 in het kwadraat is langste zijde is PB. Is [rekent uit] 26,83 cm. 26,83 keer 24 is [rekent uit] 643,99 cm<sup>2</sup>.

**Afronding**

- [d] Wat vond je ervan?  
 [1] Was wel te doen. Die eerste was lastig, want daar zat een logaritme in.  
 [d] [legt de opgaven uit].

**E. Leon Bos**

**Opdracht 1 (borden) (2:46)**

[d] Ga je gang. Ik help je niet...

[l] [rekent iets uit en vult 14,8 in, in de tabel ]

[d] Wat heb je nou gedaan?

[l] Gewoon keer 2. Want hier zit ook een vermenigvuldigingsfactor van 2 in, ja. Nou... deel ik deze door elkaar. 35,4 en 22,8. 12,6... even kijken hoor.... 35,4.... [pauze]. Een factor zit er in. [pauze].

[d] Je twijfelt ergens over, waar twijfel je over?

[l] Zeg maar die vermenigvuldiging, ongeveer een factor zeg maar...die eh.. 35,4 gaat hier met zoveel omhoog zeg maar. Maar ik weet niet hoeveel dat precies is. Even kijken hoor... [gaat verder met rekenen op de rekenmachine]. ...Is 5 en dan 2... Ik denk dat hier 19 uitkomt. En dat is eerst omdat ie hier vermenigvuldig ik met 5 zeg maar. [hij wijst op de eerste rij met het aantal borden en bedoelt waarschijnlijk 'je telt er 5 bij op en daarna 2...']. Daarna hier met 2, hier met 4, nou dan heb je 1 nog niet gehad, ja. En dat is die 3 [hij telt 3 op bij 16 en daar komt 19 uit].

[d] OK, dan gaan we naar de volgende opgave.

**Opdracht 2 (korting op korting) (0:24)**

[l] [leest de opdracht]. Broek is 100 euro. 50% korting; 50 euro kost de broek. Daar krijgt ie een korting op van 10%. 45 euro. Heb je eh eigenlijk 45 eh 55% in totaal.

**Opdracht 3 (kubus) (1:55)**

[l] [leest de opgave] Oppervlakte ABPQ. Die zijde is 24. Ja, hoe zat dat nog maar weer? Ik weet nog wel dat... langste zijde, dan heb je twee rechte zijden. Dat is 12...en... 24. 12 in het kwadraat is 144. 24 in het kwadraat is 576. Dan is de som 720. Daar de wortel van is 26,83. Dan is het 24 keer 26,83 is 643,92 cm<sup>2</sup>.

**Afronding**

[d] Vond je het lastig, Leon?

[l] Viel wel mee. Ik weet niet of ik alles goed gedaan heb; die eerste in ieder geval niet.

[d] [legt de opgaven uit].

# Bijlage 2 - Opgaven opdracht 2

## A. Docent economie

### Opdracht 1

uit: 'Getal & Ruimte' Wi 4 vmbo-B deel 1, 2011 / Hoofdstuk 3 Verbanden

**Evenredig en omgekeerd evenredig**

Ik ziecht... € 200,-? Dan ook een bus met extra banden? (cartoon)

Ik ziecht... € 200,-? Dan ook een bus met extra banden?

Organiseren een bredeklassers naar voor € 1000.  
 Men met alle leerlingen ieder voor de bus als er  
 gegaan?  
 ieder voor de bus als er gegaan?  
 maximaal 55 passagiers.  
 e per persoon als de bus vol is?  
 nder.  
 gen meegaan hoe ... het per persoon kost.

**Omgekeerd evenredig.**

ad voor een schoolfeest kost € 600.  
 komen, hoe minder je per leerling betaalt.  
 te maken.

$$y = \frac{600}{x}$$

maken en een grafiek.

BAND  
 prijs in € p.p.  
 600  
 50  
 600  
 $y = \frac{600}{x}$   
 bedrag in € per leerling

### Opdracht 2

uit: 'Getal & Ruimte' Wi 4 vmbo-B deel 1, 2011 / Hoofdstuk 4 Statistiek

mannen vrouwen

100 200 300 400 500 x 1000

100 200 300 400 500

> 100  
 95 - < 100  
 90 - < 95  
 85 - < 90  
 80 - < 85  
 75 - < 80  
 70 - < 75  
 65 - < 70  
 60 - < 65  
 55 - < 60  
 50 - < 55  
 45 - < 50  
 40 - < 45  
 35 - < 40  
 30 - < 35  
 25 - < 30  
 20 - < 25  
 15 - < 20  
 10 - < 15  
 5 - < 10  
 0 - < 5

a Hoeveel vrouwen zijn er in de leeftijdsgroep 80 - < 85 jaar?  
 b Zijn er meer vrouwen of mannen in de leeftijdsgroep 40 - < 45 jaar?  
 c Is de leeftijdsgroep 20 - < 25 jaar groter of kleiner dan die van 75 - < 80 jaar?  
 d Welke leeftijdsgroep is het grootst bij de vrouwen?  
 e Hoeveel mannen vallen in de leeftijdsgroep 90 - < 100 jaar?

200 minuten

**Opdracht 3**

uit: Examen VMBO-KB 2015. Wiskunde CSE KB. Tijdvak 1; dinsdag 19 mei

**Huizenprijs**

Op de uitwerkbijlage zie je een grafiek van het verloop van de gemiddelde huizenprijs in Duitsland tussen 1996 en 2008.



In Duitsland kostte een huis op 1 januari 1996 gemiddeld 190 000 euro.  
Op 1 januari 2008 was deze prijs gedaald tot 160 000 euro.

- 3p **8** Ga ervan uit dat de daling van de huizenprijs in Duitsland lineair was en in de jaren na 2008 op dezelfde manier doorgaat.  
→ Hoeveel euro zou een huis in Duitsland dan gemiddeld kosten op 1 januari 2020? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

## B. Docent biologie

### Opdracht 1

uit: 'Getal & Ruimte' Wi 4 vmbo-K deel 1, 2012 / Hoofdstuk 3 Verbanden 2

**Bladeren**


**A 24** Bij bladeren van bomen en planten komen twee soorten bladranden voor, gave randen en geveerde randen.

Biologen hebben onderzocht hoeveel procent plantensoorten en bomen met een gave rand er zijn in een bepaald gebied. Daarna hebben ze gekeken naar de gemiddelde jaartemperatuur van dat gebied. De resultaten van hun metingen zie je in de stippengrafiek.

a Vul *meer of minder* in. Hoe lager de jaartemperatuur, hoe ... soorten met een gave rand.

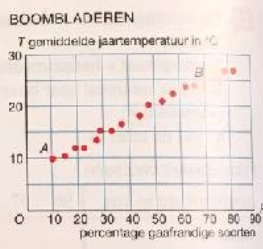
b **Werkboek** De stippengrafiek lijkt het meest op een lineair verband. Teken daarom een lijn door de stippen. Met een lijn door de punten A en B krijg je het beste resultaat.

c Maak de formule bij de lineaire grafiek. Gebruik als variabelen  $P$  (percentage gaafrandige soorten) en  $T$  (gemiddelde jaartemperatuur).



**BOOMBLADEREN**

$T$  gemiddelde jaartemperatuur in  $^{\circ}\text{C}$




percentage gaafrandige soorten (P)	gemiddelde jaartemperatuur in $^{\circ}\text{C}$ (T)
10	10
15	11
20	12
25	13
30	14
35	15
40	16
45	17
50	18
55	19
60	20
65	21
70	22
75	23
80	24
85	25
90	26

### Opdracht 2

uit: 'Getal & Ruimte' Wi 4 vmbo-B deel 1, 2011 / Hoofdstuk 4 Statistiek

**Galapagos eilanden**



De Galápagos eilanden bestaan uit dertien grote en honderden kleine eilanden. Ze liggen in de Stille Oceaan ten westen van Ecuador (Zuid-Amerika). Door hun geïsoleerde ligging leven er dieren die nergens anders voorkomen.

**36** Op een van de Galápagos eilanden leeft een kolonie zeeleguanen. In 2006 waren er 175 zeeleguanen. Dit aantal groeit naar verwachting jaarlijks met 1,2%.

a Schrijf de formule op die hierbij hoort.

b Hoeveel zeeleguanen waren er in 2008?

c Hoeveel zeeleguanen zullen er in 2020 zijn?

d In welk jaar zijn er voor het eerst meer dan 350 zeeleguanen?

**Opdracht 3**

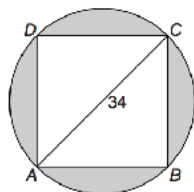
uit: Examen VMBO-KB 2015. Wiskunde CSE KB. Tijdvak 2; woensdag 17 juni

**Dennenhout**

De eigenaar van een dennenbos laat een aantal bomen kappen. Ze worden verwerkt in de houtindustrie. De bomen worden na het kappen in even lange stukken gezaagd en op een stapel gelegd. De stukken boomstam op de stapel hebben verschillende diameters.

Ga er bij de volgende vraag van uit dat de doorsnede van een boomstam een cirkel is met een diameter van 34 cm.

Alleen het middelste stuk van de boomstam is bruikbaar voor het zagen van mooie rechte planken. Dit stuk is in de tekening hieronder aangegeven met **vierkant ABCD**.



- 5p 15 Bereken, zonder te meten, hoeveel  $\text{cm}^2$  de oppervlakte van vierkant  $ABCD$  is. Schrijf je berekening op.

### C. Docent Natuur-/scheikunde

#### Opdracht 1, 2 en 3

uit: 'Getal & Ruimte' Wi 4 vmbo-K deel 1, 2012 / Hoofdstuk 1 Verbanden

**Brandende kaars**

**14** Manon heeft een kaars. De lengte  $L$  van de kaars berekent zij met de formule  $L = 25 - 5\sqrt{t}$ .  
 $t$ : tijd in branduren  
 $L$ : lengte in cm

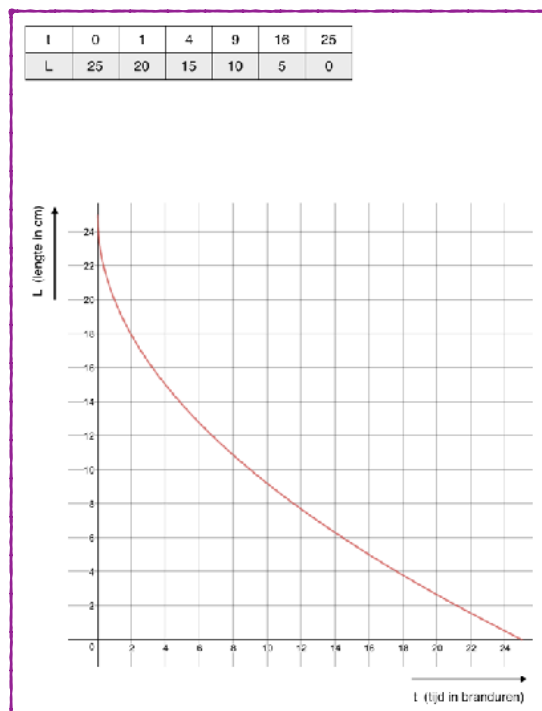
**Werkboek**

- Hoe lang is de kaars als hij wordt aangestoken?
- Hoe lang is de kaars na twee branduren?
- Vul de tabel in.
- Teken de grafiek bij de formule.
- Na hoeveel uren is de kaars opgebrand?

**15** a Vul in: *sneller* of *langzamer*.  
 De kaars van Manon brandt steeds ... op.  
 b Welke van de vier kaarsen hiernaast is van Manon?

**16** De kaars van Paula is korter en dikker dan die van Manon. Welke formule past volgens jou het best bij deze kaars?

I  $L = 30 - 3\sqrt{t}$                       III  $L = 30 - 8\sqrt{t}$   
 II  $L = 20 - 3\sqrt{t}$                       IV  $L = 20 - 8\sqrt{t}$





**Opdracht 4**

uit: Examen VMBO-KB 2015. Wiskunde CSE KB. Tijdvak 1; dinsdag 19 mei

**Halveringstijd**

Een radioactieve stof zendt straling uit. De hoeveelheid uitgezonden straling neemt in de loop van de tijd af.

De tijd waarin de helft van de straling verdwijnt, heet de **halveringstijd**. In de tabel hieronder is het verband te zien tussen het aantal halveringen en het overgebleven deel van de oorspronkelijke straling.

aantal halveringen	0	1	2	3	4	5	6	7	8
overgebleven deel van de oorspronkelijke straling	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$

Dus als de straling vijf keer gehalveerd is, is er nog  $\frac{1}{32}$  deel van de oorspronkelijke straling over.

- 1p **13** Hoeveel procent van de oorspronkelijke straling is na drie halveringen over?

In de geneeskunde wordt gebruikt gemaakt van de radioactieve stof jodium-123. De halveringstijd van jodium-123 is 13 uur.

- 2p **14** Laat met een berekening zien dat twaalf halveringen van jodium-123 overeen komen met 6,5 dag.
- 2p **15** Van de oorspronkelijke straling van jodium-123 is na 6,5 dag nog maar een klein deel over.  
 → Bereken welk deel dit is. Schrijf je antwoord als een gewone breuk.  
 Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

## D. Docent Aardrijkskunde

### Opdracht 1 en 2

uit: 'Getal & Ruimte' Wi 4 vmbo-K deel 1, 2012 / Hoofdstuk 1 Verbanden

#### Griepepidemie

- O 21** Bij een griepepidemie zijn veel mensen ziek. In een stad hebben 20 mensen de griep. Dit aantal neemt elke dag met 20 toe.

**a** **(werkboek)** Vul de tabel verder in.

AANTAL ZIEKE MENSEN		0	1	2	3	4	5
tijd in dagen							
aantal		20	40				

- b** Bij de tabel hoort een lineair verband. Leg uit waarom.  
**c** Na hoeveel dagen zijn er 640 zieke mensen?

- O 22** In een andere stad zijn ook 20 zieke mensen. Elke dag verdubbelt dit aantal.

**a** **(werkboek)** Vul de tabel verder in.

AANTAL ZIEKE MENSEN		0	1	2	3	4	5
tijd in dagen							
aantal		20	40				

- b** Hoort de tabel bij een lineair verband? Leg uit waarom.  
**c** Na hoeveel dagen zijn er 640 zieke mensen?

**Opdracht 3**

uit: Examen VMBO-KB 2015. Wiskunde CSE KB. Tijdvak 2; woensdag 17 juni

**Uitkijktoren**

Nynke staat op een uitkijktoren.

Het **kijkbereik** is de afstand die je bij helder weer kunt kijken. Het kijkbereik hangt af van de hoogte waarop je staat. De formule die bij benadering het verband aangeeft tussen de hoogte waarop je staat en het kijkbereik is



$$k = 2 \times \sqrt{(\pi \times h)}$$

Hierin is  $k$  het kijkbereik in kilometer en  $h$  de hoogte waarop je staat in meter.

- 1p   **1**   Laat met een berekening zien dat, als je op een hoogte van 5 meter staat, het kijkbereik afgerond 8 kilometer is.
- 4p   **2**   Op de uitwerkbijlage staat een assenstelsel. Teken de grafiek die bij de formule hoort. Vul hiervoor eerst de tabel in.

## Bijlage 3 - Toets opdracht 4

### Noorderpoort

Toetsvragen  
Versie F

Vak:	Wiskunde
Onderwerp:	Tweedegraads verbanden
Leerjaar:	1 (2015/2016)
Periode:	3

**Opmerkingen vooraf:**

- Het gebruik van een rekenmachine is toegestaan.
- Bij elke opgave is per onderdeel het te behalen aantal punten vermeld. Voor deze toets kunnen maximaal 30 punten worden gescoord. Het cijfer is als volgt te berekenen:  
Cijfer = (aantal behaalde punten / 30) × 9 + 1
- NIET op de toets schrijven a.u.b.

1. Bereken de snijpunten met de x-as (nulpunten) van onderstaande parabolen door middel van ontbinden in factoren.

3p a)  $y = x^2 + 7x + 10$

3p b)  $y = x^2 - 17x + 72$

2. Bereken de snijpunten met de x-as (nulpunten) van onderstaande parabolen door middel van kwadraat afsplitsen.

3p a)  $y = x^2 - 10x + 21$

3p b)  $y = x^2 + 16x + 48$

3. Bereken de snijpunten met de x-as (nulpunten) van onderstaande parabolen met behulp van de abc-formule.

3p a)  $y = -x^2 - 14x - 40$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3p b)  $y = 6x^2 - 102x + 432$

4. Gegeven is de functie:  $y = -x^2 + 6x - 5$

2p a) Bepaal of bereken de snijpunten met de x-as (nulpunten), als die er zijn.

2p b) Bepaal of bereken de symmetrieas.

2p c) Bepaal of bereken het minimum of maximum.

2p d) Bepaal of bereken het snijpunt met de y-as.

4p e) Teken de grafiek zo netjes mogelijk in een assenstelsel.

# Bijlage 4 - Uitwerking toets opdracht 4

**Noorderpoort**

School	Naam	Harm-Jan Riksen	Beoordeling
Locatie	Onderwerp/vak	Wiskunde	
Opleiding	Docent		
Klas	Datum	maart 2017	

①

① a)  $x^2 + 7x + 10 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x+5)(x+2) = 0$   
 $\Leftrightarrow x = -5 \vee x = -2$   
 Np:  $(-5, 0)$  en  $(-2, 0)$

b)  $x^2 - 17x + 72 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x-8)(x-9) = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 8 \vee x = 9$   
 Np:  $(8, 0)$  en  $(9, 0)$

② a)  $x^2 - 10x + 21 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x-5) - 25 + 21 = 0$   
 $\Leftrightarrow x-5 = \pm\sqrt{4}$   
 $\Leftrightarrow x = 7 \vee x = 1$   
 Np:  $(7, 0)$  en  $(1, 0)$

b)  $x^2 + 16x + 48 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x+8)^2 - 64 + 48 = 0$   
 $\Leftrightarrow x+8 = \pm\sqrt{16}$   
 $\Leftrightarrow x = 12 \vee x = 4$   
 Np:  $(12, 0)$  en  $(4, 0)$

$$\textcircled{3} \text{ a) } x_{1,2} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-40)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{14 \pm \sqrt{196 - 160}}{-2}$$

$$= \frac{14 \pm \sqrt{36}}{-2}$$

$$= \frac{20}{-2} \text{ of } \frac{8}{-2}$$

$$= -10 \text{ of } -4$$

$$NP: (-10, 0) \text{ en } (-4, 0).$$

$$\text{b) } x_{1,2} = \frac{-(-102) \pm \sqrt{(-102)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 432}}{2 \cdot 6}$$

$$= \frac{102 \pm \sqrt{10404 - 10368}}{12}$$

$$= \frac{102 \pm 6}{12}$$

$$= 9 \text{ of } 8$$

$$NP: (9, 0) \text{ en } (8, 0).$$

## Noorderpoort

School	Naam	Harm-Jan Riksen	Beoordeling
Locatie	Onderwerp/vak	Wiskunde	
Opleiding	Docent		
Klas	Datum	maart 2017	

④ a)  $y = -x^2 + 6x - 5$   
 $\mathcal{D} = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 36 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = 16$   
 $\Rightarrow \mathcal{D} > 0$ , er zijn twee nulpunten.

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0$$

$$x = 1 \vee x = 5$$

NP.  $(1, 0)$  en  $(5, 0)$

b) Symm.-as tussen beide nulpunten.  $\frac{1+5}{2} = 3$   
 $\Rightarrow$  symm.-as:  $x = 3$

c)  $x = 3$  invullen geeft: Top  $(3, 4)$

d)  $x = 0$  invullen geeft: snijpunt y-as  $(0, -5)$ .

e) z.o.z.

